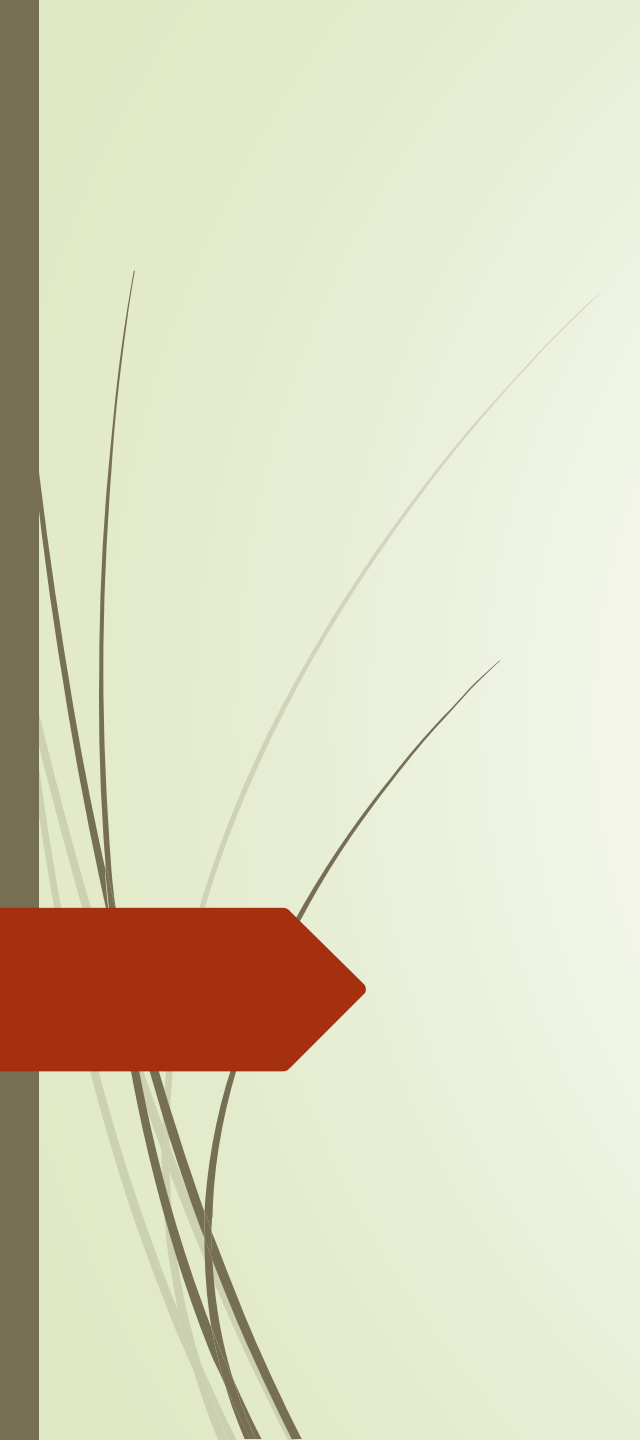




線性代數第1章 簡介

陳擎文老師

課程大綱

- ➡ 第1章 線性方程系統與矩陣
- ➡ 第2章 行列式值
- ➡ 第3章 尤拉向量空間
- ➡ 第4章 一般化向量空間
- ➡ 第5章 內積空間
- ➡ 第6章 特徵值、特徵向量與矩陣對角化
- ➡ 第7章 線性轉換

線性代數的學習重點與探討主題

觀念

數學符號的意義

基礎

向量

行列式

聯立方程式

矩陣

主題

線性映射

坐標轉換

特徵向量

線性代數的最後所要探討的主題

線性轉換

Linear transform

基底座標轉換

Basis vector transform

線性映射

特徵向量

Eigen vector

特徵值

Eigen value

線性代數的未來用途(1)



線性代數的未來用途(1)

➡ 1. 資訊相關科學的研究所的必考科目；

➡ http://master.get.com.tw/Key_examine/module_exam/information.aspx

➡ <https://tkbbyone168.pixnet.net/blog/post/246930604-%EF%BC%BB%E7%A0%94%E7%A9%B6%E6%89%80%E8%80%83%E8%A9%A6%EF%BC%BD%E9%9B%BB%E9%A1%9E%E7%A0%94%E7%A9%B6%E6%89%80%E8%80%83%E7%94%9F%E5%BF%85%E7%9C%8B%EF%BC%81%E5%B7%A5%E7%A8%8B%E6%95%B8>

➡ <https://emaster.pixnet.net/blog/post/26715907>

線性代數的未來用途(1)

➡ 1. 資訊相關科學的研究所的必

	資訊工程	資訊管理
程式設計	★	★
數理能力	★	
管理實務		★
商用能力		★
數位邏輯	★	
資訊網路/安全		★
硬/軟體設備	★	

學校	組別	微分方程	線性代數	向量	複變分析
台大	電機	●	●		
	光電	●	●		
	電子	●	●		
台聯大	電機	●	●		
	光電	●	●		
成大	電機	●		●	●
	光電	●	●	●	●
中央	電波	●	●		
	固態	●	●		●
	控制	●	●		●
	光電	●	●	●	●
中山	電機控制	●	●		●
	電機非控制	●	●	●	●
	光電	●	●	●	●
中興	電機	●	●		
	光電	●	●		
中正	電機	●	●		
北科	光電	●	●	●	●

線性代數的未來用途(1)

➡ 1. 資訊相關科學的研究所的必考科目；

資訊工程研究所考試科目		
所別	考試科目（專業科目）	
資訊工程	數學	【線性代數】+【離散數學】
	程式設計	【資料結構】+【演算法】
	計算機系統	【計算機組織】+【作業系統】

系所	考科		
資工所	線性代數/離散數學	計算機結構/作業系統	資料結構/演算法
資管所	資訊管理	計算機概論	資料結構
			統計學

✧工程數學-準備重點

工程數學大致分為五單元：線代、微分方程、向量、複變分析、機率，其中線性代數在電機類研究所考試中為最重要的單元，不過不同組選考單元差異很大，即使同組不同校的選考科目亦不盡相同。建議電機類的同學在拉式轉換和傅利葉轉換上多下一些功夫，機械系則平均每個單元都須熟悉，化工及環工的老師們則須注意拉氏轉換和ODE。

線性代數	證明題注重在空間觀念的釐清，矩陣四大空間關係、子空間之交集。 應用題需注意對角化、Cayley-Hamilton定理、二次函數、線性映射與基底變換尤其重要。 是非題則為綜合觀念測驗，只要有哪個特例沒有考慮到，就會因答錯而扣分。
微分方程	應注意高階ODE、拉氏轉換、傅利葉轉換與PDE。
複變分析	著重在留數積分的應用，如有理函數瑕積分、三角函數定積分、多值函數瑕積分與傅利葉積分，Laurent series展開也應注意。
向量	重點為線積分、面積分及向量三大定理；Green's 定理、散度定理與stoke's 定理的應用，也應注意 ∇ 運算子的運用。



線性代數的未來用途(2)



線性代數的未來用途(1)

- ➡ 1. 線性代數+微積分乃現代科技中最重要且基礎的技術；
- ➡ 2. 在工程應用、管理應用乃至科學研究方面，均扮演極重要的角色。
- ➡ 3. 應用在管理領域：
 - ➡ 各種統計技巧、最佳化解法、計算最佳路徑，最短距離，最大獲利（管理科學，經濟學）
- ➡ 4. 應用在理工領域：
 - ➡ 辨識分類、
 - ➡ 訊號處理、
 - ➡ 人工智慧AI、機器學習
 - ➡ 電腦圖學，機器人視覺（座標轉換）
 - ➡ 量子力學（物理系，電機系）

應用實例1：人工智慧AI、機器學習

實際操作範例，體驗類神經網絡模型，與線性代數的關係：

➡ 線上範例：

➡ 測試：

(1) 簡易線性分類問題（二元數據）：

➡ 方法：使用：（2個輸入），（1個隱藏層），（1個神經元）

(2) 非線性分類問題（交叉數據）：

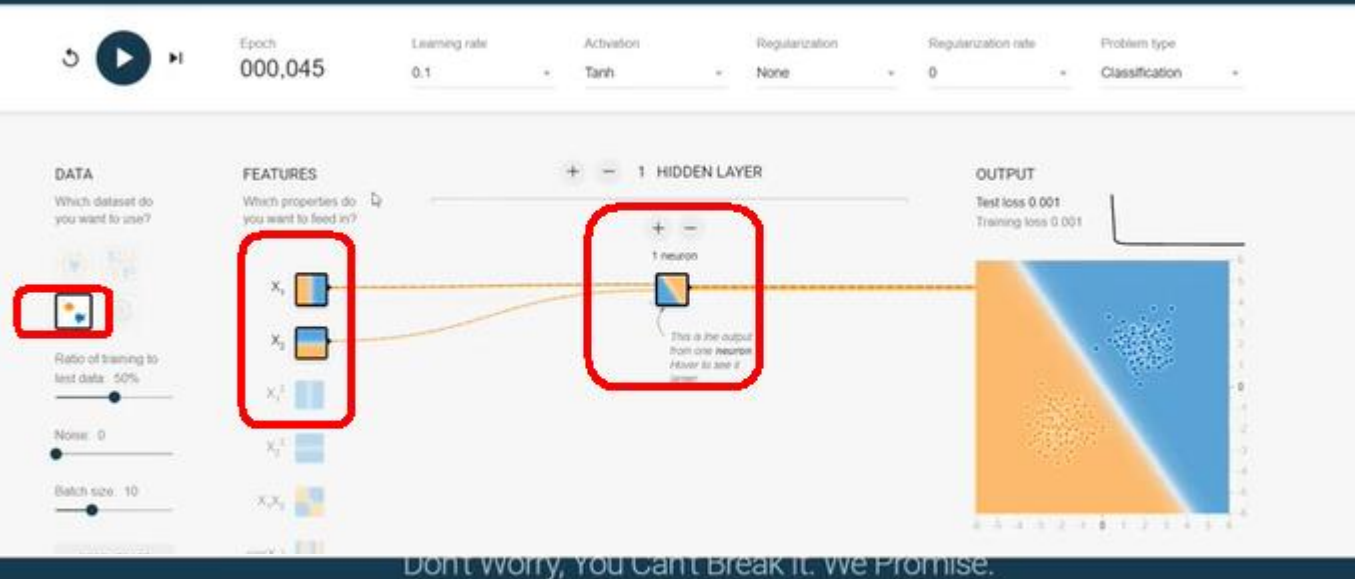
➡ 方法：使用（2個輸入），（2個隱藏層），（3個神經元，2個神經元）

(3) 複雜非線性分類問題（環形數據）：

➡ 方法：使用（2個輸入），（2個隱藏層），（3個神經元，2個神經元）

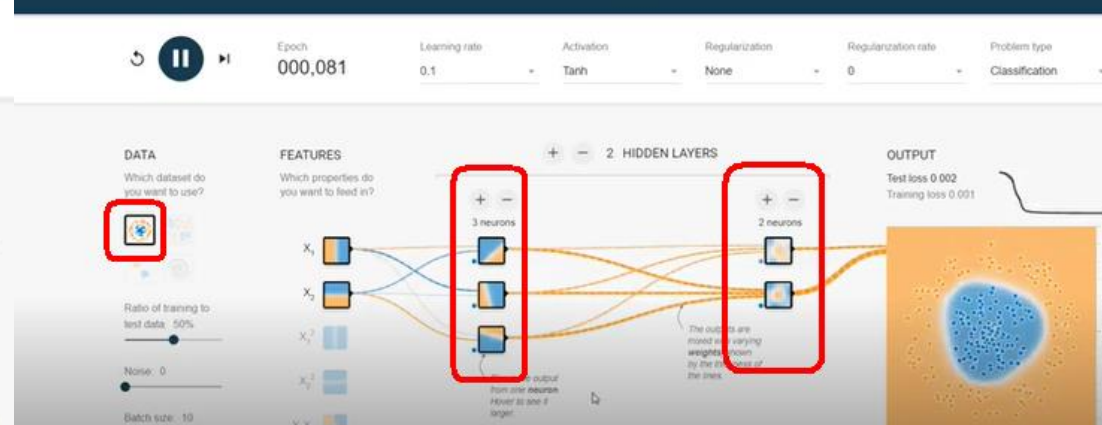
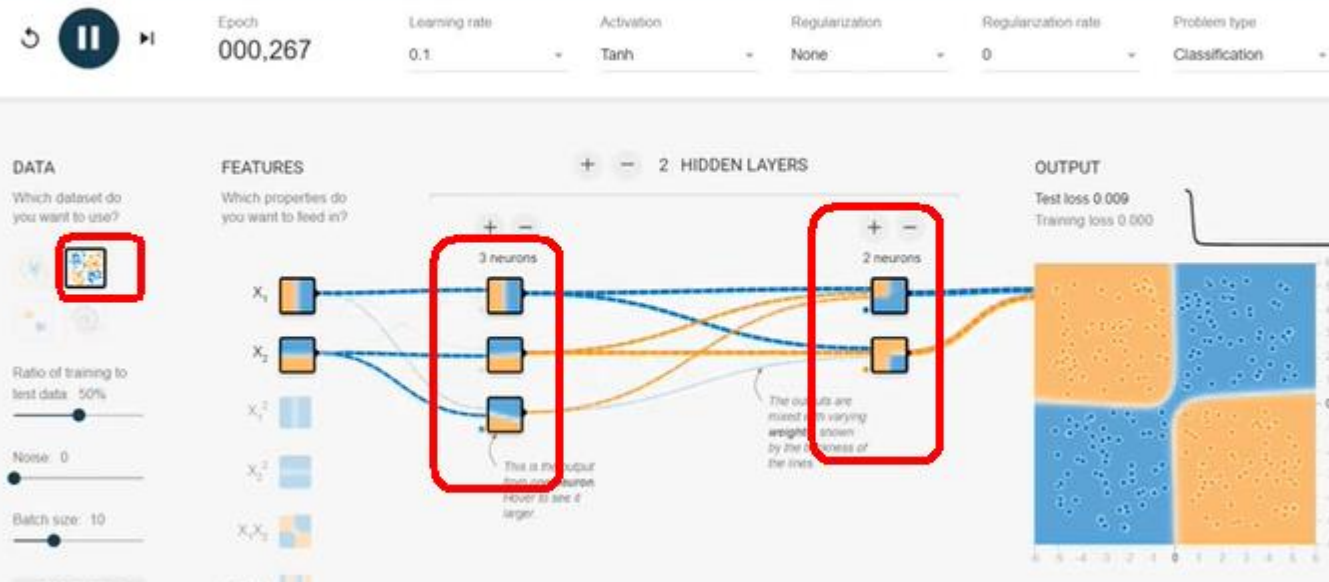
應用實例1：人工智慧AI、機器學習

型，與線性代數的關係：



) :

1個隱藏層)，（1個神經元）



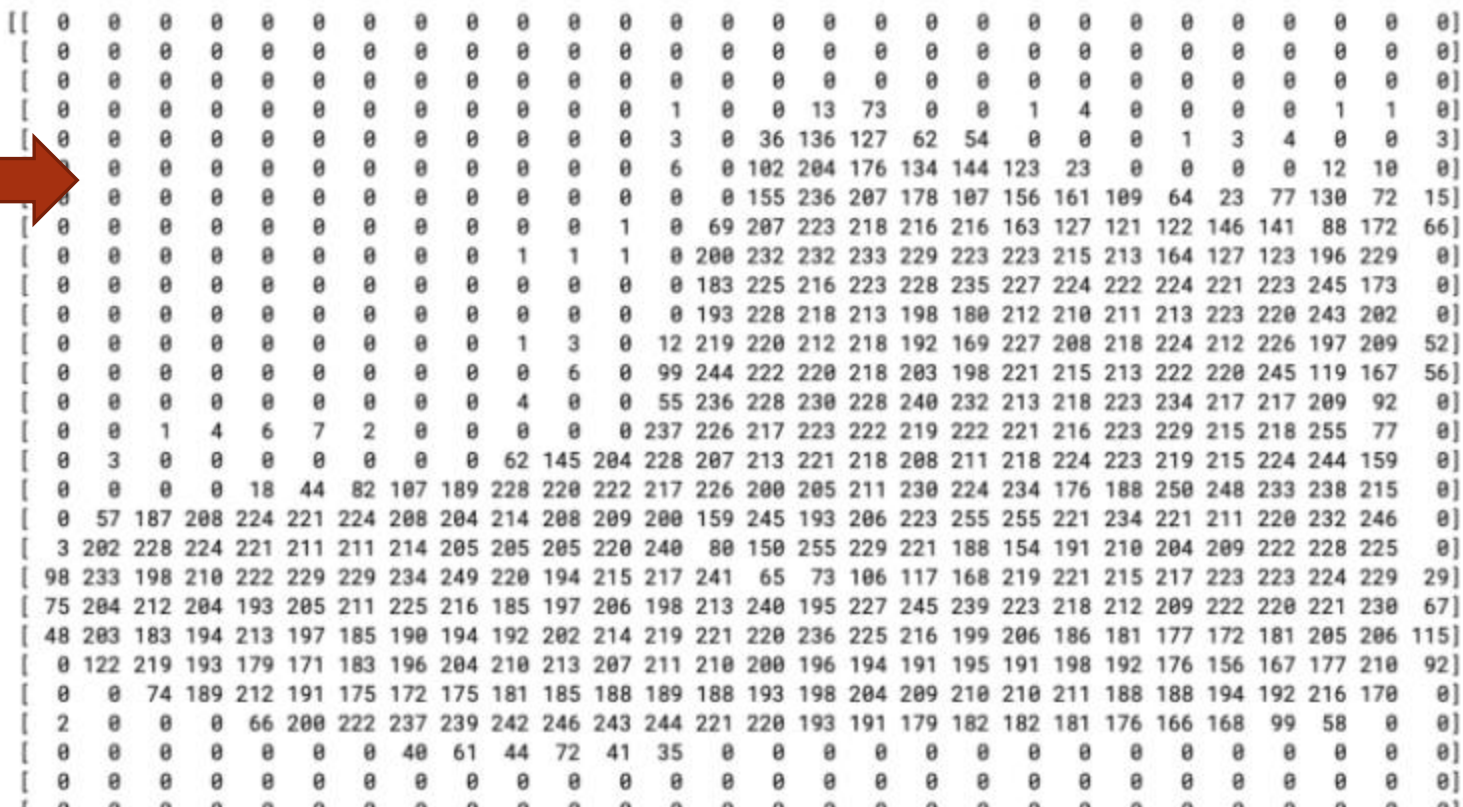
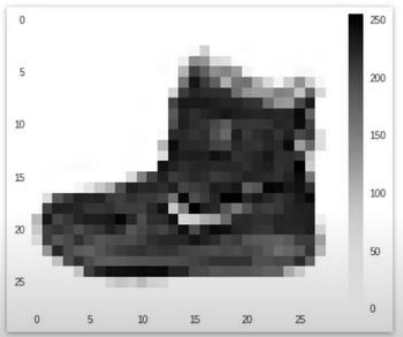
應用實例1：人工智慧AI、機器學習

如何識別鞋子圖片是哪種款式的鞋子：

- ➡ 第一步，要把圖片轉成矩陣向量（根據像數）
- ➡ 所以，AI的輸入數據，都要先轉成矩陣，然後與其他層的神經元連接，進行矩陣運算，都是線性代數的運算

Fashion MNIST

- 10 种类
- 70k 图像
- 图像尺寸 28x28
- 就足够训练一个神经网络了!



應用實例1：人工智慧AI、機器學習

➡ 電腦視覺與辨識：

- ➡ 手寫識字模型的基本原理
- ➡ <https://www.youtube.com/watch?v=NspTEbUdVnA>
- ➡ 使用tensorflow軟體寫AI程式
- ➡ 裡面的輸入層，隱藏層，輸出層的變數，
- ➡ 都是『矩陣，向量，張量變數』，這些都是線性代數

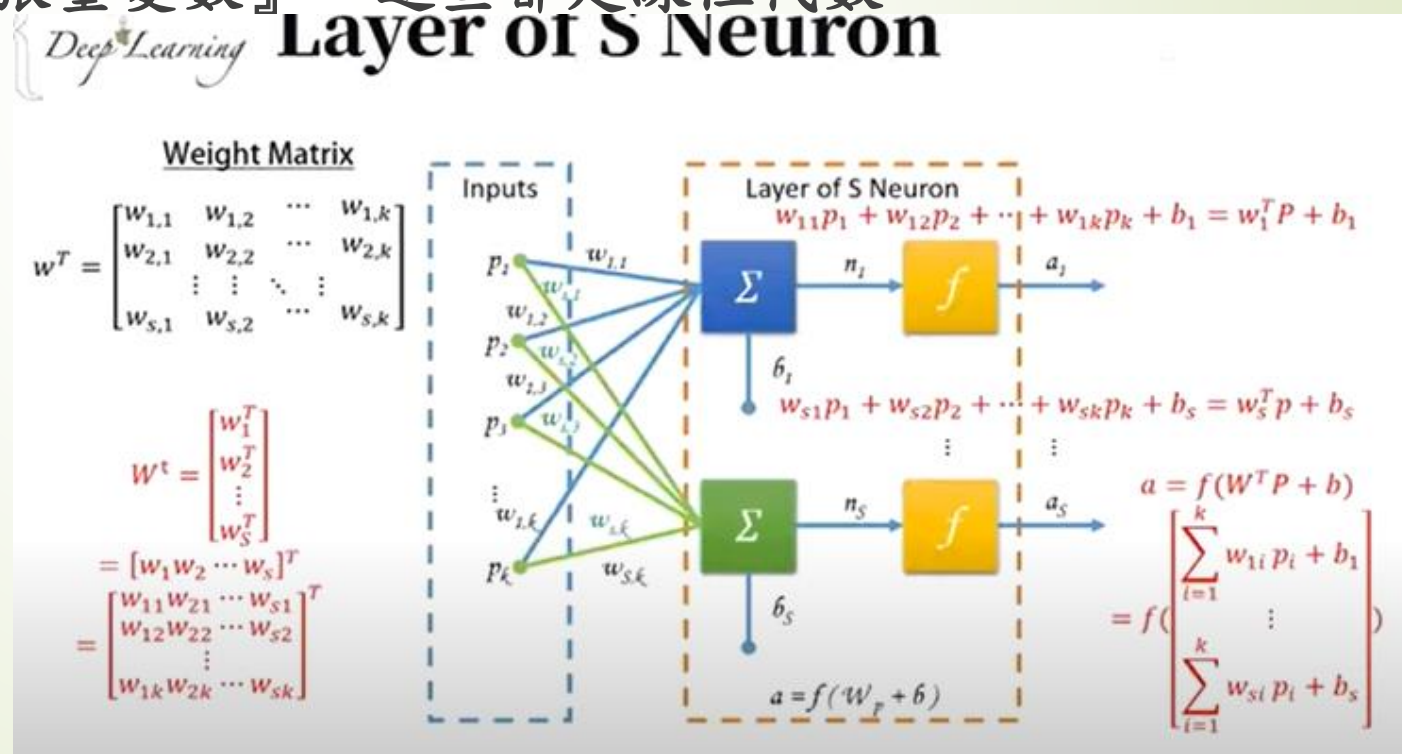
➡ 人工智慧AI如何自動學習：

- ➡ https://www.youtube.com/watch?v=0XNC_sefxi4&t=41s
- ➡ 類神經網路：裡面計算的都是『矩陣，向量，張量變數』
- ➡ 都是線性代數的概念

應用實例1：人工智慧AI、機器學習

類神經網絡模型，與線性代數的關係：

- ▶ 類神經的3D視圖：<https://www.youtube.com/watch?v=3JQ3hYko51Y>
- ▶ <https://www.youtube.com/watch?v=joGWfozVuDA>
- ▶ 類神經網絡裡面的輸入層，隱藏層，輸出層的變數，
- ▶ 都是『矩陣，向量，張量變數』，這些都是線性代數



應用實例2：示波器（電機系，通訊系）

- ➡ 示波器裡面經常會有雜訊，
- ➡ 如何把雜訊濾除（濾波）
 - ➡ FFT：快速傅立葉轉換
 - ➡ <https://www.youtube.com/watch?v=brjsQ9cQ2DU>
 - ➡ https://acupun.site/lecture/python_math/example/chp12/p12-4b.png
 - ➡ https://acupun.site/lecture/python_math/index.htm#chp12
- ➡ 原理：
 - ➡ 1. 示波器裡面的波，必須經過矩陣的數學運算，
 - ➡ 2. 轉換座標（由時域座標，轉成頻域座標）
 - ➡ 3. 在頻域座標把某些頻率刪除，
 - ➡ 4. 再還原到時域座標（就已經濾波了）
- ➡ 裡面的**矩陣變數**，或是**轉換座標**，都是**線性代數**的內容

美國的職業薪資評比排名

➡ 前十名職業（與數學有關的有5個）

- ➡ 1. 數學家 (Mathematician)
- ➡ 2. 保險統計師 (Actuary)
- ➡ 3. 統計學家 (Statistician)
- ➡ 4. 生物學家 (Biologist)
- ➡ 5. 軟體工程師 (Software engineer)
- ➡ 6. 電腦系統分析師 (Computer systems analyst)
- ➡ 7. 歷史學家 (Historian)
- ➡ 8. 社會學家 (Sociologist)
- ➡ 9. 工業設計師 (Industrial designer)
- ➡ 10. 會計師 (Accountant)

美國的職業薪資評比排名

➡ 後十名職業

- ➡ 200. 伐木工 (Lumberjack)
- ➡ 199. 酪農 (Dairy farmer)
- ➡ 198. 計程車司機 (Taxi driver)
- ➡ 197. 船員 (Seaman)
- ➡ 196. 屋頂工 (Roofer)
- ➡ 195. 清潔隊員 (Garbage collector)
- ➡ 194. 鐸工 (Welder)
- ➡ 193. 碼頭工 (Roustabout)
- ➡ 192. 鋼架工 (Ironworker)
- ➡ 191. 建築工 (Construction worker)

學習線性代數的困難



學習線性代數的困難

- ➡ 線性代數是美國數學教授哈爾莫斯 (Paul R. Halmos) 的專長，他在26歲時出版了一本經典教材《有限維向量空間》。哈爾莫斯在回憶錄《我要做數學家》談到他第一次學習線性代數的悲慘遭遇：
- ➡ 代數課很難，我讀得很生氣。…當我說生氣，我是真的生氣。Brahana 不知道如何說清楚，我們的教材是 Bôcher 的書（我認為寫得一團糟），我花在這個科目的多數時間裡，**我的情緒惱火到憤怒**。…不知怎麼的，我的線性代數導論最後倖存下來。
- ➡ 過了四、五年，在我取得博士學位，聽了諾伊曼 (von Neumann) 講的**量子理論**後，我才真正開始明白這個科目到底在講甚麼。

學習線性代數的困難

- ➡ 線性代數是一門大學數學的基礎學科，儘管它是高中解析幾何的自然延伸，
- ➡ 但是，在知識結構方面卻顯得**抽象**許多；
- ➡ 再加上**數學符號表徵**的複雜度，
- ➡ 大部分的教科書都是用**數學系專業（定理，推論，證明）**的寫法，
- ➡ 無形中讓人**望之卻步**，因此，它的門檻似乎是多數非學不可的學生之共同夢魘。
- ➡ 很多學生都無法第一次就讀懂線性代數

本學期的課程規劃



本學期的上課重點

➡ 重點1：重在應用

- ➡ 我們是工程領域，重在應用，不需要像數學系學生花了大半的時間在推論與證明定理。

➡ 重點2：重在了解物理意義

- ➡ 要能夠那些數學背後的物理意義

➡ 重點3：重在學未來會用到的

- ➡ 重在學習與理工科未來應用有關的部分

➡ 重點4：重在簡易學，重點學

- ➡ 重在學習大架構，大格局，不鑽小處，不要見樹不見林
- ➡ 因為未來在應用時，都是交給程式去計算，這個時候，你需要的是大架構的全局觀念，而不是那些小細節的計算

本學期的評分方式

- ➡ 1. 上課分數，作業分數：
 - ➡ 上課跟著老師做範例，並交回
 - ➡ 60%
- ➡ 2. 期中考分數
 - ➡ 考上課練習過的範例，或課本指定範例
 - ➡ 20%
- ➡ 3. 期末考分數
 - ➡ 考上課練習過的範例，或課本指定範例
 - ➡ 20%

教科書

➡教科書：

➡線性代數(精華版) 第11版，陳福坤，高立出版社

翻譯本:Anton: Elementary Linear Algebra With Supplemental Applications 11/E)

➡聯絡高立出版社：林中傑0921-057-056

➡參考資料：

➡世界第一簡單線性代數，作者：高橋信（TAKAHASHI SHIN），世茂出版社

➡線性代數視覺化教學，Essence of linear algebra

https://www.youtube.com/watch?v=fNk_zzaMoSs&list=PLZHQObOWTQDPD3MizzM2xVFitgF8hE_ab&index=1

課程大綱

➡ CHAPTER 1 矩陣與線性聯立方程組

- ➡ 1.1 矩陣之意義及基本運算(一)
- ➡ 1.2 矩陣基本運算(二)
- ➡ 1.3 線性聯立方程組
- ➡ 1.4 反矩陣與直交陣
- ➡ 1.5 基本矩陣
- ➡ 1.6 LU分解 (三角分解)

➡ CHAPTER 2 行列式

- ➡ 2.1 行列式之定義
- ➡ 2.2 餘因式與行列式性質
- ➡ 2.3 伴隨矩陣與Cramer法則
- ➡ 2.4 分割矩陣

➡ CHAPTER 3 向量空間

- ➡ 3.1 向量空間
- ➡ 3.2 子空間
- ➡ 3.3 線性組合與生成集
- ➡ 3.4 基底與維數
- ➡ 3.5 行空間、列空間與零空間
- ➡ 3.6 基底變換

課程大綱

➡ CHAPTER 4 線性轉換

- ➡ 4.1 線性轉換之意義
- ➡ 4.2 線性轉換之像及核
- ➡ 4.3 秩
- ➡ 4.4 線性映射之矩陣表示

➡ CHAPTER 5 特徵值與對角化問題

- ➡ 5.1 特徵值之意義
- ➡ 5.2 Cayley-Hamilton定理
- ➡ 5.3 方陣相似性
- ➡ 5.4 對角化
- ➡ 5.5 最低多項式
- ➡ 5.6 Jordan形式

➡ CHAPTER 6 內積空間

- ➡ 6.1 二次形式
- ➡ 6.2 內積空間