chp8：線性代數的本質：
非方陣的矩陣、
在不同維度間的轉換

陳擎文老師

線性代數的學習重點與探討主題

觀念
- 數學符號的意義

基礎
- 向量
- 矩陣
- 聯立方程式
- 行列式

主題
- 線性映射
- 坐標轉換
- 特徵向量

線性代數的學習重點

觀念

- 數學符號的意義

基礎

- 向量，張量
- 3D矩陣
- 行列式
- 聯立方程式

- 矩陣乘法
- 反矩陣
- 行空間，rank，零空間
- 非方陣的矩陣轉換

主題

- 線性映射
- 坐標轉換
- 特徵向量，特徵值

線性代數授課的兩條線

- (1). 了解線性代數的本質
  - 了解其背後的物理意義
  - 了解關鍵重點
- (2). 學習如何計算
  - 了解數學的定義，公式，定理，證明
  - 練習計算

參考資料

- https://www.youtube.com/watch?v=v8VSDg_WQ1A

探討主題

- 非方陣矩陣：nonsquare Matrices
- 非方陣的矩陣轉換：transformation of nonsquare Matrices

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix}$$

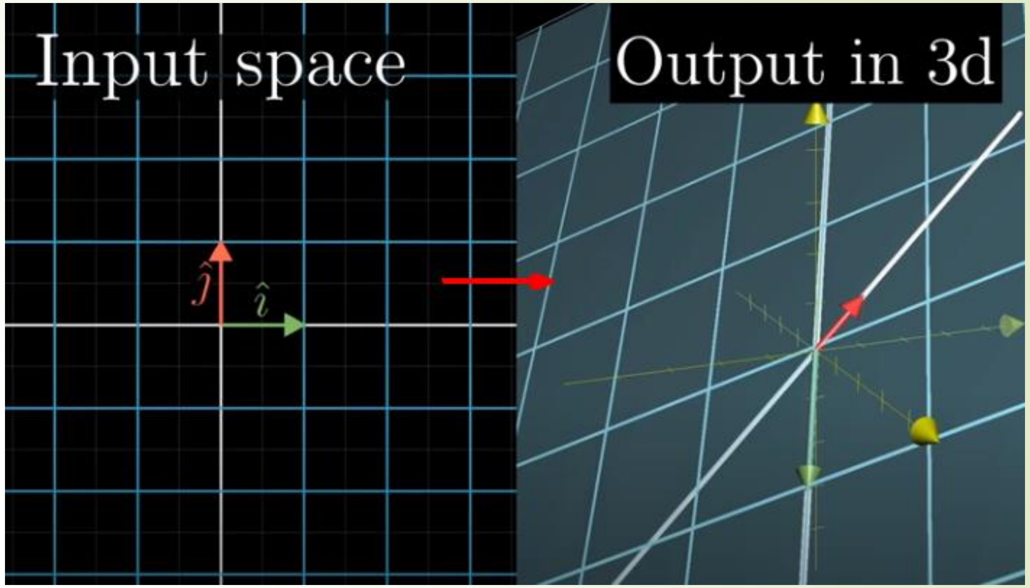
- 由mxn矩陣看出input, output向量的維度

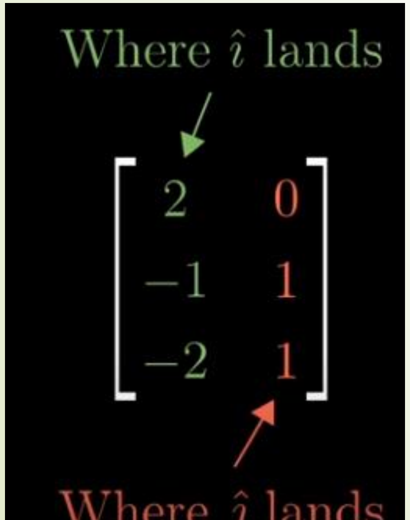
2D轉換到3D空間的column sapce與rank

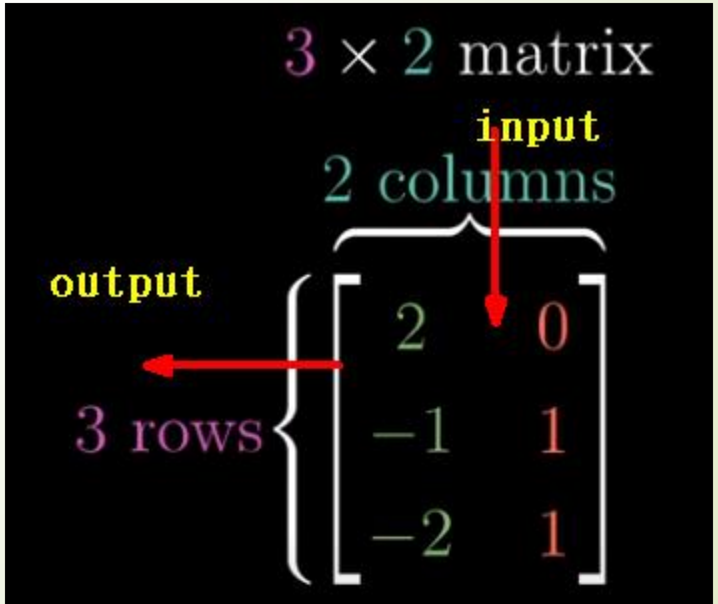
- 2D轉換到3D空間的結果：
- (1).其生成的空間span = 行空間column space = **3D空間的一個平面**
- (2).**rank = full rank**(全秩,因為維度沒有降低)

2D轉換到3D空間的維度變化

- 聯立方程式=座標轉換= $A\vec{x}=\vec{v}$
- $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} v1 \\ v2 \\ v3 \end{bmatrix}$
- A=3x2矩陣 =mxn矩陣
  - (m) 3列row = 輸出向量的維度=3
  - (n) 2欄column = 輸入向量的維度=2





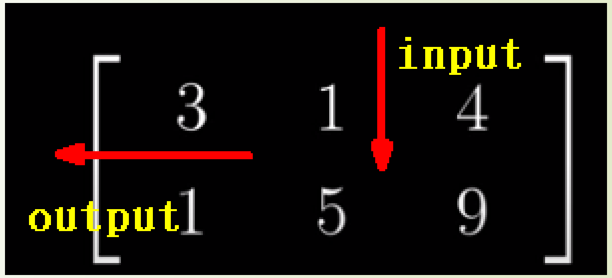


由mxn矩陣看出input, output向量的維度

- 聯立方程式=座標轉換= $A\vec{x}=\vec{v}$
- $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 1 & 5 & 9 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} v1 \\ v2 \end{bmatrix}$

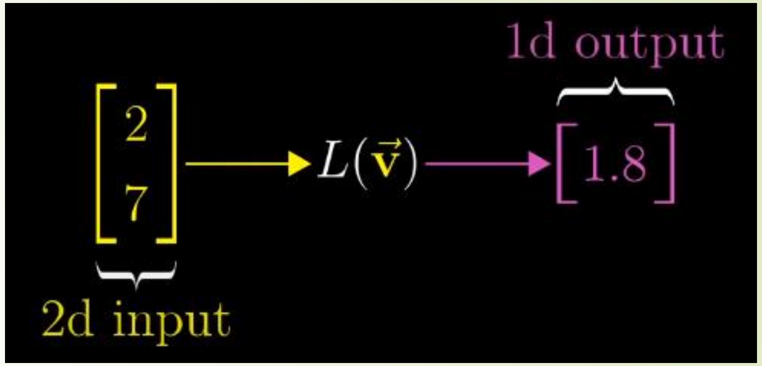
$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 1 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

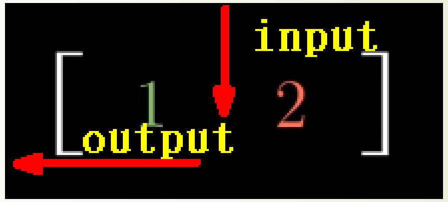
- A=2x3矩陣 =mxn矩陣
  - (m) 2列row = 輸出向量的維度=2
  - (n) 3欄column = 輸入向量的維度=3

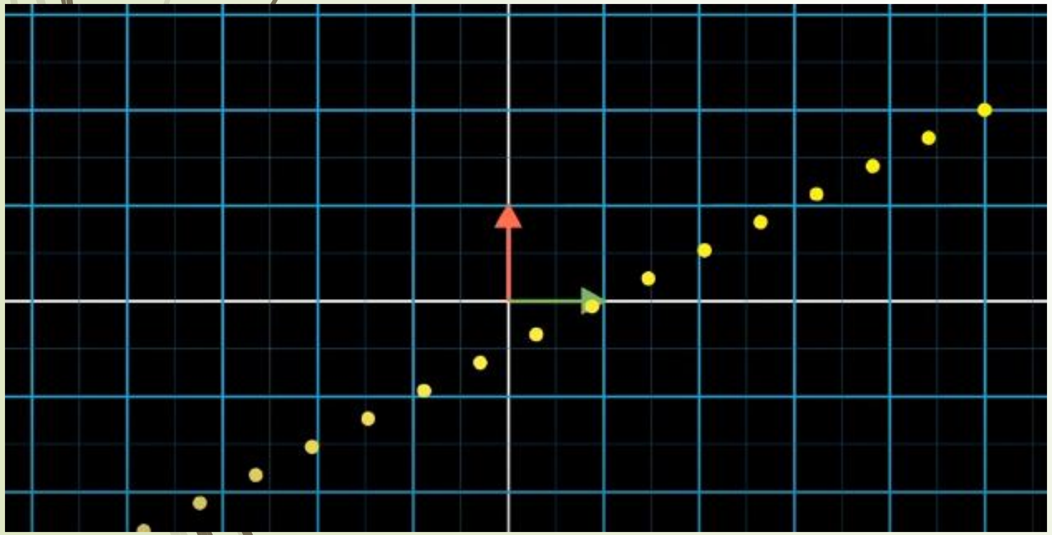


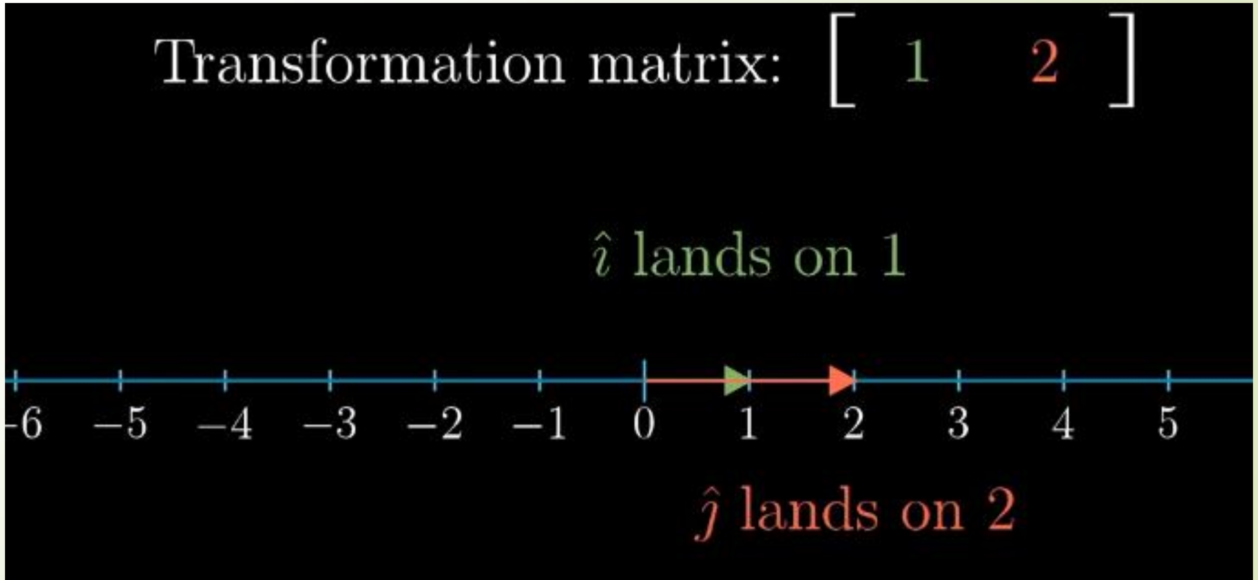
2D轉換到1D空間的維度變化

- 聯立方程式=座標轉換= $A\vec{x}=\vec{v}$
- $[1 \quad 2]\begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix}=[v1]$
- A=1x2矩陣 =mxn矩陣
  - (m) 1列row = 輸出向量的維度=1
  - (n) 2欄column = 輸入向量的維度=2









向量內積的物理意義：2D轉換到1D

- 向量內積(dot product)的物理意義
- $\begin{bmatrix}1 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x1\\x2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}v1\end{bmatrix}$
- 轉換矩陣A=[1　2]=2D轉換到1D
- 代表意義：兩個向量(x1, x2)，投影到一條直線的長度乘積